

Задача 1 (5 баллов)

Основания AB и CD трапеции $ABCD$ равны 65 и 31 соответственно, а ее диагонали взаимно перпендикулярны. Найти скалярное произведение векторов \vec{AD} и \vec{BC} .

Задача 2 (10 баллов)

Найти наименьшее значение выражения

$$\frac{1}{1-x^2} + \frac{4}{4-y^2},$$

если $|x| < 1$, $|y| < 2$, $xy = 1$.

(Примечание: использовать неравенство Коши:

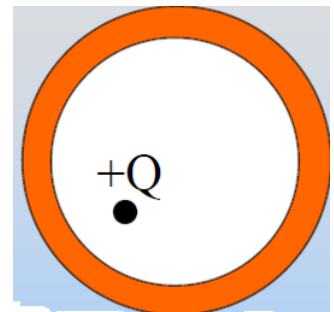
для неотрицательных чисел $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$)

Задача 3 (10 баллов)

В вертикальном сосуде, закрытом невесомым поршнем площадью S , находится воздух с относительной влажностью $\varphi = 60\%$. На поршень осторожно положили груз массы m , в результате чего объем воздуха под поршнем изотермически уменьшился в $\alpha = 2$ раза. Найти давление насыщенного водяного пара при данной температуре, если атмосферное давление равно p_0 .

Задача 4 (10 баллов)

Внутри полый проводящей незаряженной сферы помещен точечный заряд $+Q$. Нарисовать картину линий напряженности электрического поля внутри и вне сферы. Дать развернутое объяснение решения.



Задача 5 (5 баллов)

Пучок параллельных световых лучей падает на линзу с оптической силой $D_1 = 2$ дптр. На каком расстоянии за ней нужно поставить линзу с оптической силой $D_2 = -5$ дптр, чтобы из второй линзы лучи пучка выходили параллельно. Главные оптические оси линз совпадают.

Задача 6 (10 баллов)

Небольшая шайба массой m соскальзывает без начальной скорости с вершины гладкой закрепленной полусферы. Найти тангенциальное (касательное) ускорение шайбы в тот момент, когда сила давления шайбы на сферу равна $\frac{mg}{2}$.